SELFS MONOCOUCHES À AIR SELON NAGAOKA

Michel STOKOWSKI, ON6ST

Condensé: Les inductances à air sont encore largement utilisées dans le domaine des RF si la valeur recherchée n'est pas trop importante. Les moyens modernes de calcul permettent d'affiner les résultats avec une très bonne précision, cela au bénéfice d'une bonne réalisation. Alors, pourquoi s'en priver ?

Préambule :

Les techniques RF et celles des antennes font largement appel aux selfs monocouches à air. Celles-ci sont largement utilisées en HF pour autant que leur valeur ne soit pas prohibitive. Je ne citerai, en exemple, que celui des selfs utilisées afin de charger un dipôle ou celles nécessaires à la réalisation de trappes. Après avoir évalué la valeur nécessaire à la mise en œuvre du cas traité, se pose très rapidement le problème de la construction et le respect de la valeur définie .

Afin d'aborder une telle réalisation sous les meilleurs auspices il est utile de dégrossir le problème par calcul en fonction des dimensions physiques que l'on s'est fixées. Se pose ensuite la question de la méthode de calcul à utiliser afin de réaliser la meilleure approche en pratique.

Beaucoup de formules existent. La plupart d'entre elles utilisent soit des abaques, soit des tables ou parfois la combinaison des deux, permettant ainsi de définir des coefficients qui sont ensuite à entrer dans la formule. La démarche peut être longue selon le degré de précision souhaité et aussi source d'erreurs.

Fidèle à mes convictions, je privilégie, pour autant que faire se peut, une démarche plus analytique. Elle permet d'automatiser la tâche et d'améliorer sensiblement la précision des résultats. Les moyens modernes mis à notre disposition tels que calculettes, PC et logiciels performants ne devraient plus nous faire hésiter.

La méthode de NAGAOKA a été choisie après mûres réflexions. Cette méthode a fait l'objet de travaux ultérieurs plus ou moins bien documentés et elle constitue une base solide qui s'appuie sur un calcul rigoureux et des lois physiques bien établies.

Je me suis largement référé à la littérature existante dont celle citée en [1] et [3] dans la bibliographie. Après quelques tentatives d'utilisation de tables trouvées en [1] et de techniques d'interpolation, je me suis résolument tourné vers une démarche analytique programmée afin d'alléger les calculs.

La médaille a un revers cependant. Cette solution implique une démarche mathématique faisant appel à des intégrales elliptiques complètes de première et de seconde espèce (voir [2]) dont le calcul est facilité par l'utilisation de logiciels plus avancés.

L'idée première fut d'écrire cela exclusivement pour une calculette mais une conversion vers MathCad® fut aussi rapidement décidée pour les tests. MathCad® permet d'effectuer élégamment tous ces calculs et de contourner la difficulté mathématique pour ceux que cela rebute. Tout cela sans maux de tête !
Le fichier "source" figure en annexe. Il vous est loisible ainsi de le recopier ou de m'en demander un exemplaire via courriel: on6st@uba.be si vous voulez vous épargner un travail un peu fastidieux.

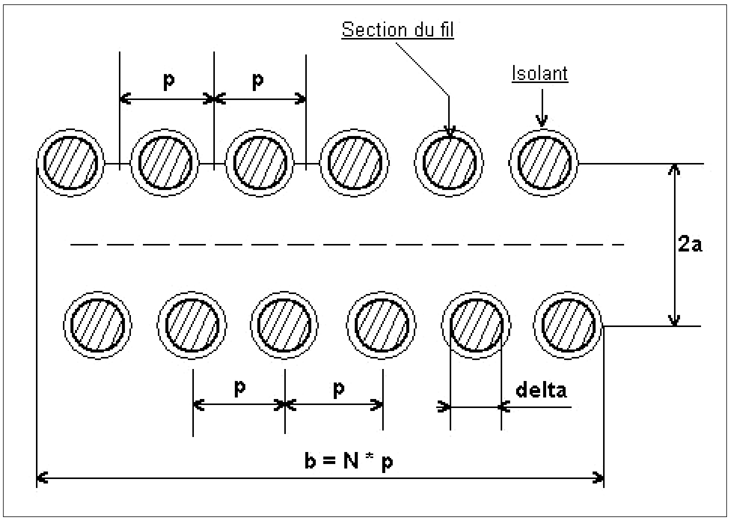
La formule de NAGAOKA :

Lors de l'absence de matériaux magnétiques les coefficients de self-inductance et d'inductance mutuelle sont des paramètres indépendants de la valeur du courant qui traverse le circuit et ils ne dépendent plus que de sa géométrie.

Chaque cas est donc un cas particulier et il n'existe pas de formule générale permettant de solutionner une collection de problèmes. La formule présentée ici ne peut donc que s'appliquer aux solénoïdes à une couche dont les spires sont jointives.

Il est bon de souligner que la formule de Nagaoka s'appuie sur des formules exprimant le calcul de l'inductance d'un "cylindrical current sheet" c-à-d, d'un enroulement dont le courant circule autour de l'axe d'un cylindre mais sur une couche d'une épaisseur radiale infinitésimale.

$$\boxed{L = 0.002 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot \beta \cdot N^2 \cdot K}$$



'a' est le rayon moyen de l'inductance. 'β' est le facteur de forme de la self qui vaut 2*a/b, avec pour 'b', la longueur équivalente de celle-ci. 'δ' est le diamètre du fil.

Les dimensions sont exprimées ici en <u>centimètres</u>.

'N' est le nombre de spires et 'K' la constante de Nagaoka. Les tables qui existent donnent généralement K = f(β).

Et enfin, 'L' est exprimée en μH, unité plus confortable pour les selfs monocouches. Le "pitch" 'p' exprime l'espacement entre spires. Le croquis ci-dessus illustre cette description.

On calcule d'abord la valeur d'une self 'Lo' que l'on considère être à spires jointives et, si les spires sont réparties d'une manière hélicoïdale, on ajoute à ce résultat la valeur d'un coefficient de correction 'ΔL'. Ce coefficient de correction 'ΔL' n'est valable que pour des spires <u>uniformément</u> réparties le long de l'axe longitudinal de l'enroulement.

Dans le cas de selfs dont la conception doit être précise, l'épaisseur de l'isolant peut être prise en compte dans la longueur de la self. Le "pitch" sera alors automatiquement calculé. Ce dernier n'entre pas à proprement parler dans les calculs mais il sert à décider si le coefficient de correction 'ΔL' est à évaluer ou pas. Si p = δ, les spires se touchent et on considère que l'isolant est infiniment mince et 'ΔL' n'est pas évalué.

Le calcul de l'inductance s'effectue en 'DC' c-à-d sans y incorporer l'effet de peau présent en HF. Cette influence est très faible sur la valeur de la self.

Données à fournir à la feuille :

Le tout en <u>centimètres</u>, sauf pour les spires, nombre sans dimensions :

- 'd' (= 2*a) est le diamètre moyen d'une spire,
- 'b' est la longueur totale de l'enroulement dans le sens longitudinal,
- 'δ' est le diamètre du fil utilisé,
- 'N' est le nombre total de spires.

n.b. :

- $\delta = 0$ pour un calcul en spires jointives, l'isolant est supposé être d'une épaisseur infinitésimale et $\Delta L = 0$.
- δ = 'valeur' et pour $p > \delta$, on considère l'enroulement étant hélicoïdal et le facteur de correction 'ΔL' est calculé. Dans le cas contraire, 'ΔL' est mis à zéro.

Les résultats fournis par la feuille :

'L' est la self résultante quelle que soit la géométrie évaluée. Lorsque cette dernière est de nature hélicoïdale, 'L' est la somme de 'ΔL', coefficient de correction et de 'Lo', valeur calculée pour la même self mais à spires jointives. Dans ce dernier cas, le diamètre du fil n'est pas considéré.

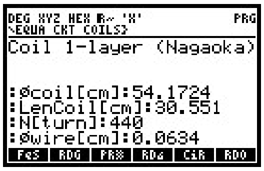
Si la valeur définie pour le diamètre du fil est incohérente vis-à-vis de 'N' et de la longueur 'b' donnée à l'enroulement, 'ΔL' est mis à zéro. Un minimum d'attention est donc nécessaire afin d'évaluer comment le calcul s'est effectué. Les trois résultats, 'Lo', 'ΔL' et 'L', la somme, apparaissent sur fond rouge dans le bas de la feuille de calcul.

La valeur de 'K', coefficient de Nagaoka est utile si, en fonction d'un diamètre et d'une longueur de self fixés par avance, on souhaite trouver, au moyen de l'équation générale donnée plus haut, le nombre de spires nécessaire pour une valeur d'inductance donnée.

Une première "passe" avec N = 1 permet de trouver 'K' et d'évaluer ensuite le nombre de spires au moyen de la formule de Nagaoka. En entrant ensuite la valeur trouvée pour 'N', on contrôle si la valeur de l'inductance trouvée est bien conforme aux attentes.

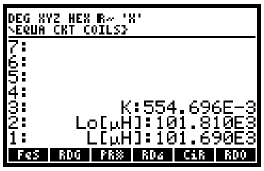
Les écrans de la calculette :

Data's



Un programme pour calculettes de la série 4X de HP est également disponible pour les intéressés.
Le fichier source est écrit en langage C mélangé à des instructions spécifiques à la HP. Cette façon de faire permet de mieux comprendre le programme et de faciliter sa relecture mais au prix d'une étape supplémentaire, à savoir, une étape de "compilation" ou de traduction.

Résultats



Cette "compilation" fournit un fichier au format "USR-RPL" qu'il suffit de charger directement dans la calculette via le port de communication spécifique au modèle 4X utilisé.

L'exemple numérique est ici aussi celui de la feuille de calcul.

Et en pratique ?

Je dispose, pour les mesures de composants, d'un LCR-mètre de Beckman, modèle 878. La fréquence du signal interne de mesure de 1 kHz (pour les faibles gammes) est précise à 0.01% et la mesure proprement dite l'est à +/-2%.

L'instrument est à affichage numérique et une procédure de calibration automatique permet de se placer dans des conditions optimales pour la mesure des inductances et des capacités. La gamme la plus sensible pour la mesure des inductances est celle à 999.9 µH en fin d'échelle. La pratique m'a appris qu'il n'est pas réaliste de descendre en dessous de un ou deux µH.

La modestie de ce moyen de mesure ne permet évidemment pas de poser un jugement définitif quant à la validité absolue de ces résultats mais constitue néanmoins une approche qui a le mérite d'exister. Chaque self a fait l'objet d'une dizaine de mesures et le résultat en est chaque fois la moyenne. En effet, les mesures successives d'une même self de très faible valeur (± < 10µH) étaient parfois entachées d'une variation jusqu'à un digit dans le rang des unités de µH.

Quelques selfs ont été construites, d'autres proviennent de "fonds de tiroirs". Voici un extrait des quelques expérimentations et comparaisons réalisées :

1- Self construite sur support fileté : diamètre moyen 1.86cm, longueur 1.6cm, fil de 0.9mm et 15.5 spires jointives. Valeur calculée: 3.35µH et valeur mesurée 3.3µH.

2- Self à roulette : diamètre moyen 3.81cm, longueur 8.65cm, fil de 1mm, et 49 spires réparties sur la longueur.
Valeur calculée: 32.926 µH et valeur mesurée 32.9µH (10 mesures de même valeur).

3- Une trappe récupérée d'une beam TA33-JR dont les selfs sont de dimensions suivantes : mandrin fileté en téflon, diamètre moyen des enroulements : 1.96cm et fil de 0.13 cm avec spires réparties régulièrement.

Self 1 avec b = 3.68 cm, N = 22.75 : valeur calculée : 4.13 µH et valeur mesurée : 3.8 µH
Self2 avec b = 6.3 cm, N = 38.75 : valeur calculée : 7.65 µH et valeur mesurée : 6.9 µH

4- Une self construite à spires jointives sur mandrin lisse en carton dur. Ça et là, un léger espace est présent partiellement entre deux spires. Les caractéristiques du fil sont bien connues : diam. ext. = 0.042 cm, diam. Cu = 0.032 cm. Longueur 'b' de la self = 3.45 cm, 'd' moyen = 4.425 cm, N = 76 spires.
9 mesures donnent 202.4 µH et une mesure donne 202.3 µH. Valeur calculée : 203.382 µH

On faisait mention dans un article du QST consacré aux dipôles raccourcis, des dimensions suivantes pour une self à spires jointives de 25µH :
Diamètre moyen 4.6cm, longueur 7cm et 33 spires jointives. Valeur calculée : 25.098µH

<u>Remarque</u> : un certain nombre d'exemples extraits de [1] m'a permis de contrôler les résultats et ... d'identifier une erreur mineure dans le bouquin dans un des cas cités.

Et pour terminer, vous trouverez la feuille MathCad® à la page suivante.

73's.

<u>Références</u>:
[1] Inductance Calculation F.W. GROVER Working Formulas and Tables ISBN 0-486-49577-9
[2] Théorie et Applications de l'Analyse, Série SCHAUM. ISBN 2-7042-0002-5
[3] Inductance Calculation Techniques, Marc Thompson http://members.aol.com/marctt/index.htm

Calcul de selfs monocouches à air (méthode de NAGAOKA)

Spires jointives ou enroulement hélicoïdal à spires uniformément réparties

Données à entrer ou à modifier uniquement dans les plages sur fond jaune !

Données physiques de la self : Diamètre: $d := 54.1724$ [cm] Longueur : $b := 30.551$ [cm]

Nombre de spires: $N := 440$ (Valeurs, exemple en [1], page 149)

Diamètre du fil (inductance hélicoïdale): $\delta := 0.0634$ [cm]

$$a := \frac{d}{2} \qquad \beta := \frac{2 \cdot a}{b} \qquad \beta := \begin{cases} 10 \cdot 10^6 & \text{if } \beta > 10 \cdot 10^6 \\ \beta & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \beta = 1.7732$$

(β = facteur de forme de la self)

$$t := \operatorname{atan}(\beta) \qquad t = 1.0573 \qquad k_s := \sin(t) \qquad k_s = 0.8710 \qquad k_c := \cos(t) \qquad k_c = 0.4912$$

$$I_k := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k_s^2 \cdot \sin(\theta)^2}} \, d\theta \qquad I_k = 2.1724 \qquad I_e := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k_s^2 \cdot \sin(\theta)^2} \, d\theta \qquad I_e = 1.2055$$

$$t := \beta^2 \qquad t = 3.1442 \qquad K_t := \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left[\frac{I_k + (t-1) \cdot I_e}{k_s} - t \right] \qquad K_t = 9.7075$$

$$K := \frac{K_t}{\pi^2 \cdot \beta} \qquad K = 0.5547$$

(K = coefficient de Nagaoka)

$L_o := 0.002 \cdot a \cdot N^2 \cdot K_t$ Lo, valeur de la self (à spires jointives): $L_o = 101810.1355$ [µH]

Correction ΔL [µH] si la self est hélicoïdale: Le pitch vaut: $p := \frac{b}{N}$ soit $p = 0.0694$ [cm] $\delta = 0.0634$ [cm]

$$\Delta L := \begin{array}{|l} \text{return } 0 \text{ if } \delta \le 0 \\ \text{return } 0 \text{ if } p - \delta \le 0 \\ y \leftarrow \dfrac{\pi \cdot \delta \cdot N}{b} \\ H \leftarrow 2 \cdot N \cdot (0.25 - \ln(y)) + \dfrac{\ln(\pi \cdot N \cdot \beta)}{3} - \dfrac{4}{\pi^2} \cdot \left(\dfrac{I_e}{k_s} - 1 \right) \cdot \left(1 + \dfrac{y^2}{8} \right) - \dfrac{2}{3} \cdot \left(\dfrac{I_k - I_e}{k_s} - 0.5 \cdot k_s^2 \right) - 0.5 \cdot \dfrac{k_c}{k_s} \cdot \left(1 - \dfrac{k_c}{k_s} \cdot \operatorname{asin}(k_s) \right) \\ H \leftarrow H \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + b \cdot \left(\ln\left(\dfrac{1 + k_c}{1 - k_c} \right) + k_c \cdot \ln(4) \right) \\ \text{return } H \cdot 10^{-3} \end{array}$$

=> $\Delta L = -120.0432$ [µH]

Self résultante: $L := L_o + \Delta L$ $L = 101690.0923$ [µH]

N.B.: Cette feuille a fait l'objet d'une description dans la Gigazette de WTO.
Voir SelfNagaokaVxx.pdf sur www.on7wr.be